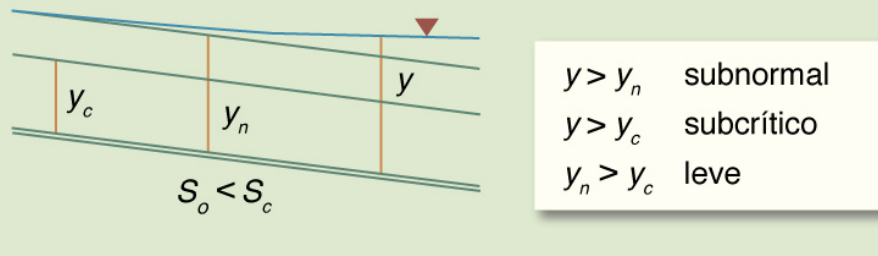


PERFIL M_1 : $y > y_n > y_c$

$S_y = 0$ (\Rightarrow profundidad normal) $S_y = S_o$ (\Rightarrow horizontal)



La curva de remanso M_1 .

LA CURVA DE REMANSO M_1 CALCULADA EN LÍNEA

Victor M. Ponce

Profesor de Ingeniería Civil y Ambiental

Universidad Estatal de San Diego, California

12 diciembre 2023

RESUMEN. Se muestra en detalle un cálculo en línea de la curva de remanso M_1 en un flujo en canal abierto. Dos ejemplos que utilizan el programa ENLINEA_CURVA_REMANSO_21 demuestran la utilidad de esta herramienta para el cálculo preciso y efectivo de un perfil de la superficie del agua M_1 , también denominado *curva de remanso*.

1. INTRODUCCIÓN

Un perfil de la superficie del agua (curva de remanso) es una característica de la hidráulica de canales la cual describe la variación de la elevación de la superficie del agua en la dirección longitudinal (una dimensión x en el espacio), bajo flujo permanente. Existen doce (12) tipos de perfiles de la superficie del agua, dependiendo del número de Froude F y de la relación S_o / S_c , en la cual S_o = pendiente de fondo, y S_c = pendiente crítica. La pendiente crítica S_c es igual a $1/8$ del factor de fricción f de Darcy-Weisbach. La Tabla 1 enumera los doce tipos de perfiles (**Ponce, 2015**).

Tabla 1. Los doce (12) tipos de perfiles de la superficie del agua.							
Familia	Característica	Regla	$S_o > S_c$	$S_o = S_c$	$S_o < S_c$	$S_o = 0$	$S_o < 0$
I	Retardada (Remansada)	$1 > F^2 < (S_o / S_c)$	S_1	C_1	M_1	-	-
II	A	Acelerada (Caída)	$1 < F^2 < (S_o / S_c)$	S_2	-	-	-
	B	Acelerada (Caída)	$1 > F^2 > (S_o / S_c)$	-	-	M_2	H_2 A_2
III	Retardada (Remansada)	$1 < F^2 > (S_o / S_c)$	S_3	C_3	M_3	H_3	A_3

En este artículo describimos el perfil de la superficie del agua M_1 , un perfil *subcrítico/subnormal retardado*, el cual puede ser considerado el perfil más común en la práctica. El perfil M_1 representa el flujo en un canal de pendiente suave, aguas arriba de un embalse (Fig. 1). Presentamos dos ejemplos y mostramos los respectivos cálculos en línea.

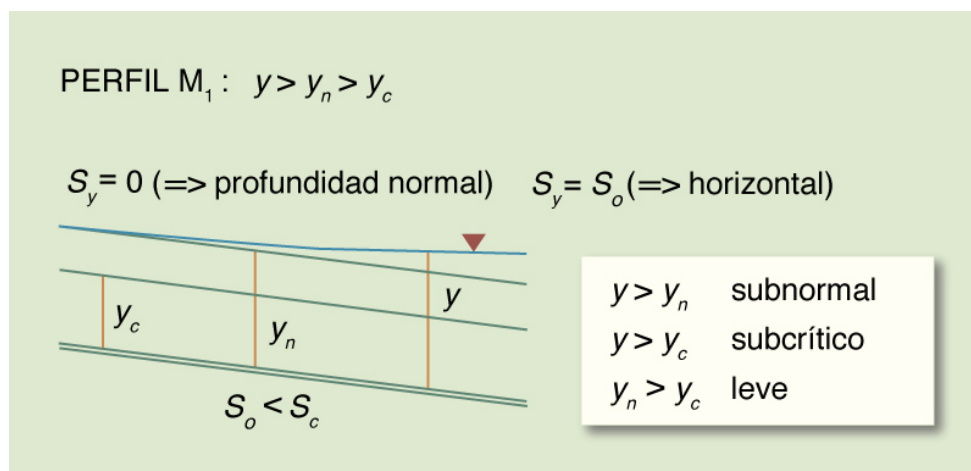


Fig. 1 La curva de remanso M_1 .

2. ECUACIÓN DE GOBIERNO

Chow (1959) ha presentado la forma clásica de la ecuación de gobierno del flujo permanente gradualmente variado. **Ponce (2015)** ha propuesto una forma adimensional de esta ecuación, basada en la pendiente crítica, como se detalla a continuación.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - (P/T)(T_c/P_c) S_c F^2}{1 - F^2} \quad (1)$$

en la cual S_o = pendiente de fondo, S_c = pendiente crítica, P = perímetro mojado, T = ancho de la superficie, T_c = ancho de la superficie a la profundidad crítica, P_c = perímetro mojado a la profundidad

crítica, y F = número de Froude. El número de Froude se define como $F = v/(gD)^{1/2}$, en la cual v = velocidad media, g = aceleración gravitacional, y D = profundidad hidráulica, $D = A/T$.

Para $(P/T) = (P_c/T_c)$, la Ec. 1 se reduce a:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_c F^2}{1 - F^2} \quad (2)$$

Por simplicidad, el gradiente de profundidad de flujo puede escribirse de la siguiente manera:

$$S_y = \frac{dy}{dx} \quad (3)$$

Substituyendo la Ec. 3 en la Ec. 2, el gradiente de profundidad de flujo es:

$$\frac{S_y}{S_c} = \frac{(S_o/S_c) - F^2}{1 - F^2} \quad (4)$$

La Ecuación 2, o su forma reducida, la Ec. 4, es la ecuación de flujo permanente gradualmente variado (Fig. 2). Se concluye que el gradiente de la profundidad de flujo S_y es una función *solamente* de: (1) pendiente de fondo S_o , (2) pendiente crítica S_c , y (3) número de Froude F .

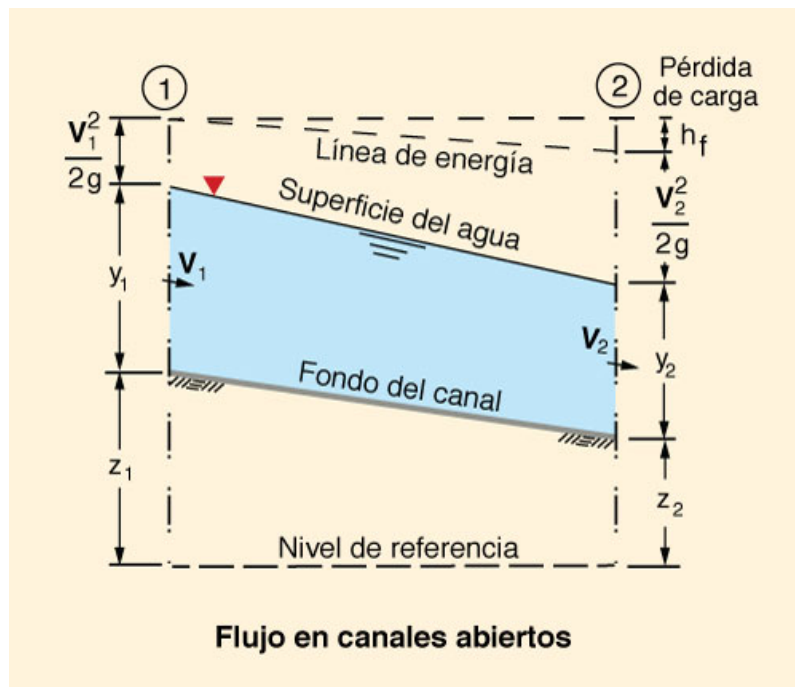


Fig. 2 Definición de variables en el flujo en canal abierto.

3. CÁLCULO EN LÍNEA: EJEMPLO 1

En esta sección y la siguiente (Sección 4) mostramos dos ejemplos del cálculo de una curva de remanso M_1 en un canal natural usando la calculadora [ENLINEA_CURVA_REMANSO_21](#). El siguiente cuadro muestra los datos de entrada del Ejemplo 1.

Ejemplo 1: Datos de entrada

- Caudal $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$
- Ancho de fondo = 20 m
- Pendiente lateral $z = 2$ ($z \text{ H} : 1 \text{ V}$)
- Pendiente de fondo $S_0 = 0,0005$
- n de Manning = 0,03
- Profundidad de flujo en la sección aguas abajo $y_d = 5 \text{ m}$
- Número de intervalos de cálculo: $n = 100$
- Número de intervalos en la tabla de salida: $m = 20$

[Haga click encima de la figura para desplegar]

Fig. 3 (a) Ejemplo 1: Entrada.

[Haga click encima de la figura para desplegar]

RESULTADOS:
Intervalo computacional de profundidad $\Delta y_n = 0.0294 \text{ m}$ Intervalo de profundidad en la tabla de resultados $(\Delta y)_k = 0.102 \text{ m}$
Profundidad normal $y_n = 2.962 \text{ m}$ Número de Froude a la profundidad normal $F_{Fn} = 0.268$

k	Profundidad (m)	Área (m ²)	Velocidad (m s ⁻¹)	Carga de velocidad (m)	Carga específica (m)	Perímetro mojado (m)	Radio hidráulico (m)	Pendiente de fricción (m/m)	Pendiente media (m/m)	Diferencia en la carga específica (m)	Incremento de longitud (m)	Longitud total (m)
0	5	150	0.67	0.023	0.023	42.36	3.54	0.0005711	-	-	-	0
5	4.898	145.94	0.69	0.024	4.922	41.8	3.48	0.0006204	0.00007942	0.02	47.8	237.9
10	4.796	141.93	0.7	0.025	4.821	41.45	3.42	0.0006656	0.00008589	0.02	48.5	479.1
15	4.694	137.96	0.72	0.027	4.721	40.99	3.37	0.0006976	0.00009301	0.02	49.3	724.1
20	4.592	134.03	0.75	0.028	4.621	40.54	3.31	0.0001172	0.00010989	0.02	50.2	973.5
25	4.49	130.14	0.77	0.03	4.521	40.08	3.25	0.0001165	0.00011991	0.02	51.3	1227.8
30	4.389	126.29	0.79	0.032	4.421	39.63	3.19	0.00012031	0.00013029	0.02	52.5	1487.9
35	4.287	122.49	0.82	0.034	4.321	39.17	3.13	0.00013119	0.00014206	0.02	54	1754.7
40	4.185	118.72	0.84	0.036	4.221	38.71	3.07	0.00014333	0.00014206	0.02	55.7	2029.6
45	4.083	115	0.87	0.039	4.121	38.26	3.01	0.00015688	0.00015547	0.02	57.7	2313.9
50	3.981	111.32	0.9	0.041	4.022	37.8	2.94	0.00017205	0.00016502	0.02	60.2	2609.8
55	3.879	107.68	0.93	0.044	3.923	37.35	2.88	0.00018918	0.00017436	0.02	63.3	2929
60	3.777	104.08	0.96	0.047	3.824	36.89	2.82	0.00020943	0.00020641	0.02	67.2	3247.9
65	3.675	100.52	0.99	0.05	3.726	36.44	2.76	0.00023202	0.00022791	0.02	72.3	3598.8
70	3.573	97.01	1.03	0.054	3.628	35.98	2.7	0.00025489	0.00025229	0.02	79.2	3980
75	3.471	93.53	1.07	0.058	3.53	35.52	2.63	0.00028096	0.00028002	0.02	88.8	4403.3
80	3.37	90.1	1.11	0.063	3.432	35.07	2.57	0.00031027	0.00031169	0.019	103.2	4887.9
85	3.268	86.71	1.15	0.068	3.335	34.61	2.51	0.00035186	0.00038972	0.019	127.4	5470.6
90	3.166	83.36	1.2	0.073	3.239	34.16	2.44	0.00039426	0.00043972	0.019	174.3	6233.1
95	3.064	80.05	1.25	0.08	3.143	33.7	2.38	0.00044315	0.00049796	0.019	307.7	7436.8
100	2.962	76.79	1.3	0.086	3.048	33.25	2.31	0.00050000	0.00049396	0.019	3136.7	13114.5

Fig. 3 (b) Ejemplo 1: Salida.

Resultados. Los resultados muestran que la profundidad de flujo en la sección aguas abajo ($y_d = 5 \text{ m}$) disminuirá gradualmente hasta alcanzar la profundidad normal $y_n = 2,962 \text{ m}$ en el extremo de aguas arriba. La distancia total, desde el extremo de aguas abajo hasta el extremo de aguas arriba, es: $L = 13.114,5 \text{ m}$.

4. CÁLCULO EN LÍNEA: EJEMPLO 2

En esta sección mostramos el segundo ejemplo del cálculo de una curva de remanso M_1 en un canal revestido usando la calculadora [ENLINEA_CURVA_REMANSO_21](#). El siguiente cuadro muestra los datos de entrada del Ejemplo 2.

Ejemplo 2: Datos de entrada

- Descarga $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$
- Ancho de fondo = 6 m
- Pendiente lateral $z = 1$ ($z \text{ H} : 1 \text{ V}$)
- Pendiente de fondo $S_0 = 0,002$
- n de Manning = 0,015
- Profundidad de flujo en la sección aguas abajo $y_d = 5 \text{ m}$
- Número de intervalos de cálculo: $n = 100$
- Número de intervalos en la tabla de salida: $m = 10$

[Haga click encima de la figura para desplegar]

enlínea_curva_remanso_21: Perfil de la superficie del agua M_1

PERFIL M_1 : $y > y_c > y_n$

$S_0 = 0$ (\Rightarrow profundidad normal) $S_0 = S_0$ (\Rightarrow horizontal)

$y > y_c$ subnormal
 $y > y_c$ subcrítico
 $y_c > y_n$ leve

$S_0 < S_0$

Descripción
Ejemplo
Resumen
Referencia
Renuncia

DATOS DE ENTRADA:

Selección: Unidades métricas Unidades EE.UU.

[Seleccionar Unidades SI o Unidades EE.UU.]

Descarga Q (m^3/s) [pies cúbicos por segundo]:

Ancho de fondo B (m) [pies]:

Talud z (z H:1 V):

Pendiente de fondo S_0 (m/m) [pies/pies]:

Coefficiente de Manning:

Profundidad de flujo en la sección aguas abajo y_d (m) [pies] (una profundidad de flujo subcrítica y subnormal):

[Si se deja en blanco, se utilizará 1.01' profundidad normal]

Número de intervalos de cálculo (rango sugerido $n = 50-200$):

[Si se deja en blanco, se utilizará un valor de 100]

Número de intervalos en la tabla de resultados (rango sugerido $m = 10-50$):

[Si se deja en blanco, se utilizará un valor de 10]

ECO DE LA ENTRADA:

Descarga $Q = 50 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ Ancho de fondo $B = 6 \text{ m}$ Talud $z = 1 \text{ m/m}$
 Coeficiente de Manning = 0.015 Pendiente de fondo $S_0 = 0.002 \text{ m/m}$
 Profundidad de flujo especificado en la cerrada $y_d = 5 \text{ m}$
 Número de intervalos computacionales $n = 100$ Número de intervalos en la tabla de salida $m = 10$

Fig. 4 (a) Ejemplo 2: Entrada.

[Haga click encima de la figura para desplegar]

RESULTADOS:

Intervalo computacional de profundidad $\Delta y = 0.0318 \text{ m}$ Intervalo de profundidad en la tabla de resultados $(\Delta y)_t = 0.318 \text{ m}$
 Profundidad normal $y_n = 1.821 \text{ m}$ Número de Froude a la profundidad normal $F_n = 0.922$

k	Profundidad (m)	Área (m^2)	Velocidad (m s^{-1})	Carga de velocidad (m)	Carga específica (m)	Perímetro mojado (m)	Radio hidráulico (m)	Pendiente de fricción (m/m)	Pendiente media (m/m)	Diferencia en la carga específica (m)	Incremento de longitud (m)	Longitud total (m)
0	5	55	0.91	0.042	5.042	20.14	2.73	0.0004872	-	-	-	0
10	4.802	50.02	1	0.051	4.733	19.34	2.6	0.0006292	0.0006291	0.031	15.9	158.9
20	4.584	45.23	1.11	0.062	4.427	18.34	2.47	0.0008253	0.0008140	0.031	15.9	317.9
30	4.346	40.65	1.23	0.077	4.123	17.44	2.33	0.0011018	0.0010856	0.03	15.9	477.1
40	3.729	36.27	1.38	0.097	3.825	16.55	2.19	0.0015012	0.0014776	0.03	15.9	636.4
50	3.411	32.1	1.56	0.124	3.534	15.65	2.05	0.0020949	0.0020594	0.029	16	796.1
60	3.093	28.12	1.78	0.161	3.254	14.75	1.91	0.0030079	0.0029524	0.027	16.1	956.5
70	2.775	24.35	2.05	0.215	2.99	13.85	1.76	0.0044705	0.0043799	0.025	16.3	1118.4
80	2.457	20.78	2.41	0.295	2.752	12.95	1.6	0.0068247	0.0067784	0.022	16.8	1283.4
90	2.139	17.41	2.87	0.42	2.559	12.05	1.44	0.0113600	0.0110729	0.016	18.4	1457.8
100	1.821	14.24	3.51	0.628	2.449	11.15	1.28	0.0200000	0.0194131	0.006	34.2	1771.6

Fig. 4 (b) Ejemplo 2: Salida.

Resultados. Los resultados muestran que la profundidad de flujo en la sección aguas abajo ($y_d = 5 \text{ m}$) disminuirá gradualmente hasta alcanzar la profundidad normal $y_n = 1,821 \text{ m}$ en el extremo de aguas arriba. La distancia total, desde el extremo de aguas abajo hasta el extremo de aguas arriba, es: $L = 1.771.6 \text{ m}$.

5. RESUMEN

Se muestra en detalle un cálculo en línea de un perfil de la superficie de agua (curva de remanso M_1) de un flujo en canal abierto. Dos ejemplos utilizando el programa [ENLINEA_CURVA_REMANSO_21](#) demuestran fehacientemente la utilidad de esta herramienta para el cálculo preciso y efectivo de un perfil de la superficie del agua M_1 .

BIBLIOGRAFÍA

Chow, V. T. 1959. *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill, Inc, New York, NY.

Ponce, V. M. 2015. **Fundamentos de la Hidráulica de Canales**. Libro de texto. <https://ponce.sdsu.edu/canales/index.html>
